

# 工科类本科数学基础课程教学基本要求

## 一、前言

高等学校工科类本科生的数学基础课程应包括微积分、线性代数与空间解析几何、概率论与数理统计，它们都是必修的重要基础理论课。通过这些课程的学习，应使学生获得一元函数微积分及其应用、多元函数微积分及其应用、无穷级数与常微分方程、向量代数与空间解析几何、线性代数、概率论与数理统计等方面的基本知识、基本概念、基本理论、基本方法，并接受基本运算技能的训练，为今后学习相关后继课程奠定必要的连续量、离散量和随机量方面的数学基础。通过数学基础课程的学习，培养学生自主学习、综合运用所学知识分析与解决问题的能力。

## 二、课程教学基本要求

基本要求是工科类本科生学习数学基础课程都应当达到的合格要求(带\*号的内容是为某些相关专业选用的，也是对选用专业学生的合格要求)。各校根据本校的实际情况，在达到基本要求的基础上，可以提出一些更高的或特殊的要求。

各门课程的内容按教学要求的不同，分为两个层次。基本要求中用黑体字排印的内容，要求学生深入领会和掌握，并能熟练运用，其中的概念、理论用“理解”表述，运算、方法用“掌握”表述；非黑体字排印的内容，也是必不可少的，只是在教学要求上低于前者，其中的概念、理论用“了解”表述，运算、方法用“会”或“了解”表述。

基本要求中所列出的各项内容与要求是制订教学计划、教学大纲、编写教材以及确定专业培养方案的重要依据，但不涉及课程体系的框架结构、教学内容的先后安排和编写教材的章节顺序。

### 课程 1 微积分

#### 1. 函数、极限、连续

(1) 在中学已有函数知识的基础上，加深对函数概念的理解，了解函数性质（奇偶

性、单调性、周期性和有界性)。

(2) 理解复合函数的概念, 了解反函数的概念。

(3) 会建立简单实际问题中的函数关系式。

(4) 理解极限的概念, 了解极限的  $\varepsilon-N$ 、 $\varepsilon-\delta$  定义(不要求学生做给出  $\varepsilon$  求  $N$  或  $\delta$  的习题)。

(5) 掌握极限的有理运算法则, 会用变量代换求某些简单的复合函数的极限。

(6) 了解极限的性质(唯一性、有界性、保号性)和两个存在准则(夹逼准则与单调有界准则), 对它们的分析证明不作要求。掌握用两个重要极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$  与

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$  求极限的方法。

(7) 了解无穷小、无穷大、高阶无穷小和等价无穷小的概念, 会用等价无穷小替换求极限。

(8) 理解函数在一点连续和在一区间上连续的概念。

(9) 了解函数间断点的概念, 会判别间断点的类型。

(10) 了解初等函数的连续性和闭区间上连续函数的介值定理与最大值、最小值定理。

## 2. 一元函数微分学及其应用

(1) 理解导数的概念及其几何意义(不要求学生做利用导数的定义研究抽象函数可导性的习题), 了解函数的可导性与连续性之间的关系。

(2) 了解导数作为函数变化率的实际意义, 会用导数表达科学技术中一些量的变化率。

(3) 掌握导数的有理运算法则和复合函数的求导法则, 掌握基本初等函数的导数公式。了解反函数的求导法则。

(4) 理解微分的概念, 了解微分概念中所包含的局部线性化思想, 了解微分的有理运算法则和一阶微分形式的不变性。

(5) 了解高阶导数的概念, 掌握初等函数的一阶、二阶导数的求法。

(6) 会求隐函数和由参数方程所确定的函数的一阶导数以及这两类函数中比较简单的二阶导数, 会求解一些简单实际问题中的相关变化率问题。

(7) 理解罗尔(Rolle)定理和拉格朗日(Lagrange)定理, 了解柯西(Cauchy)定理

(对三个定理的分析证明不作要求, 不要求学生掌握构造辅助函数证明相关问题的技巧), 会用洛必达 (L'Hospital) 法则求未定式的极限。

(8) 了解泰勒 (Taylor) 定理以及用多项式逼近函数的思想 (对定理的分析证明以及利用泰勒定理证明相关问题不作要求)。

(9) 理解函数极值的概念, 掌握利用导数判断函数的单调性和求函数极值的方法。会求解较简单的最大值与最小值的应用问题。

(10) 会用导数判断函数图形的凹凸性, 会求拐点, 会描绘一些简单函数的图形 (包括水平和铅直渐近线)。

(11) 了解曲率和曲率半径的概念, 会求曲率和曲率半径。

(12) 了解求方程近似解的二分法和切线法的思想。

### 3. 一元函数积分学及其应用

(1) 理解定积分的概念和几何意义 (对于利用定积分定义求定积分与求极限不作要求), 了解定积分的性质和积分中值定理。

(2) 理解原函数与不定积分的概念, 理解变上限的积分作为其上限的函数及其求导定理, 掌握牛顿-莱布尼茨 (Newton-Leibniz) 公式。

(3) 了解不定积分的性质, 掌握不定积分的基本积分表中的积分公式以及求不定积分、定积分的换元法与分部积分法 (淡化特殊积分技巧的训练, 对于求有理函数积分的一般方法不作要求, 对于一些简单有理函数、三角有理函数和无理函数的积分可作为积分法的例题作适当训练)。

(4) 理解科学技术问题中建立定积分表达式的元素法 (微元法) 的思想, 会建立某些简单几何量和物理量的积分表达式。

(5) 了解两类反常积分及其收敛性的概念, \*了解  $\Gamma$  函数的概念。

(6) 了解定积分的近似算法 (梯形法和抛物线法) 的思想。

### 4. 多元函数微分学及其应用

(1) 理解二元函数的概念, 了解多元函数的概念。

(2) 了解二元函数的极限与连续性的概念, 了解有界闭区域上连续函数的性质。

(3) 理解二元函数偏导数与全微分的概念, 会求偏导数。了解二元函数连续与偏导数之间的关系以及全微分存在的必要条件与充分条件。

(4) 了解一元向量值函数及其导数的概念与计算方法。

(5) 了解方向导数与梯度的概念及其计算方法。

(6) 掌握复合函数一阶偏导数的求法，会求复合函数的二阶偏导数（对于求由抽象函数构成的复合函数的二阶偏导数，只要求作简单训练）。

(7) 会求一个方程或由两个方程构成的方程组确定的隐函数的一阶偏导数，对用雅可比（Jacobi）行列式表示的偏导数公式不作要求。

(8) 了解曲线的切线和法平面以及曲面的切平面与法线，并会求它们的方程。

(9) 理解二元函数极值与条件极值的概念，了解二元函数取得极值的必要条件与充分条件，会求二元函数的极值，了解求条件极值的拉格朗日乘数法，会求解较简单的最大值与最小值的应用问题。

## 5. 多元函数积分学及其应用

(1) 理解二重积分的概念，了解三重积分的概念，了解重积分的性质。

(2) 掌握二重积分的计算方法（直角坐标、极坐标），会计算简单的三重积分（直角坐标、柱面坐标、\*球面坐标）。

(3) 理解两类曲线积分的概念，了解两类曲线积分的性质及两类曲线积分的关系，会计算两类曲线积分（对于空间曲线积分的计算只要求作简单训练）。

(4) 掌握格林（Green）公式，了解第二类平面曲线积分与路径无关的条件以及第二类曲线积分与路径无关的物理意义。

(5) 了解两类曲面积分的概念、相互联系及其计算方法。

(6) 了解高斯（Gauss）公式、斯托克斯（Stokes）公式（公式的证明以及利用斯托克斯公式计算空间曲线积分不作要求）。

\* (7) 了解场的基本概念和某些特殊场，了解散度、旋度的概念，会求散度与旋度。

(8) 了解科学技术问题中建立重积分与曲线、曲面积分表达式的元素法（微元法）的思想，会建立某些简单几何量和物理量的积分表达式。

## 6. 无穷级数

(1) 理解无穷级数收敛、发散以及收敛级数的和的概念，了解无穷级数的基本性质及收敛的必要条件。

(2) 了解正项级数的比较审敛法以及几何级数与  $p$ -级数的敛散性，掌握正项级数的比值审敛法。

(3) 了解交错级数的莱布尼茨定理，了解绝对收敛与条件收敛的概念及其与收敛的关系。

(4) 了解函数项级数的收敛域与和函数的概念，掌握简单幂级数收敛区间的求法（区

间端点的收敛性不作要求)。了解幂级数在其收敛区间内的一些基本性质(对求幂级数的和函数只要求作简单训练)。

(5) 会利用函数  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$  与  $(1+x)^\alpha$  的麦克劳林(Maclaurin)展开式将较简单的函数展开成幂级数。

(6) 了解利用函数的幂级数展开式进行近似计算的思想。

(7) 了解用三角函数多项式逼近周期函数的思想,了解函数展开为傅里叶(Fourier)级数的狄利克雷(Dirichlet)条件,会将定义在  $(-\pi, \pi)$  和  $(-l, l)$  上的函数展开为傅里叶级数,会将定义在  $(0, \pi)$  和  $(0, l)$  上的函数展开为傅里叶正弦或余弦级数。

## 7. 常微分方程

(1) 了解微分方程、解、通解、初值条件和特解的概念。

(2) 掌握变量可分离方程和一阶线性微分方程的解法。

(3) 会解齐次方程,了解用变量代换求解微分方程的思想。

(4) 会用降阶法求解下列三种类型的高阶微分方程:  $y^{(n)} = f(x)$ ,  $y'' = f(x, y')$ ,  $y'' = f(y, y')$ 。

(5) 理解二阶线性微分方程解的结构。

(6) 掌握二阶常系数齐次线性微分方程的解法。

(7) 会求自由项形如  $P_n(x)e^{\alpha x}$  与  $e^{\alpha x}P_n(x)(A\cos \beta x + B\sin \beta x)$  的二阶常系数非齐次线性微分方程的特解,其中  $P_n(x)$  为实系数  $n$  次多项式,  $\alpha, \beta, A, B$  为实数。

(8) 会通过建立微分方程模型,解决较简单的实际问题。

## 课程 2 线性代数与空间解析几何

**说明:** 考虑到线性代数与空间解析几何的内在联系,将线性代数与空间解析几何作为一门课程,但基本要求的具体内容还是相对独立的,并且不要求所有学校都遵循这一模式。将线性代数与空间解析几何分开授课的学校可根据基本要求中的空间解析几何部分(即几何向量和空间曲线与曲面)的要求进行教学。

### 1. 行列式

- (1) 了解行列式的定义，**掌握行列式的性质**（对行列式性质的严格证明不作要求）。
- (2) 会求简单的  $n$  阶行列式。

## 2. 矩阵

- (1) 理解矩阵的概念。
- (2) 了解单位矩阵、数量矩阵、对角矩阵、三角形矩阵、对称矩阵以及它们的基本性质。
- (3) 掌握矩阵的线性运算、乘法、转置及其运算规则。
- (4) 理解逆矩阵的概念，了解可逆矩阵的性质。
- (5) 掌握矩阵的行初等变换及用矩阵的行初等变换求逆矩阵的方法。
- (6) 了解矩阵等价的概念。
- (7) 了解矩阵的秩的概念，**掌握矩阵的秩的求法**。

## 3. 几何向量

- (1) 理解空间直角坐标系，理解向量的概念及其表示。
- (2) **掌握向量的运算（线性运算、标量积、向量积）**，了解两个向量垂直、平行的条件。
- (3) 掌握单位向量、方向余弦、向量的坐标表达式以及用坐标表达式进行向量运算的方法。
- (4) **掌握平面方程和空间直线方程及其求法**，会利用平面、直线的相互关系，求解较简单的问题。

## 4. $n$ 维向量与向量空间

- (1) 理解  $n$  维向量的概念。
- (2) 理解向量组的线性组合、线性相关和线性无关的概念。
- (3) 掌握向量组线性相关、线性无关的有关性质及判别方法。
- (4) 了解向量组的极大线性无关组和向量组的秩的概念，会求向量组的极大线性无关组和秩。
- \* (5) 了解  $n$  维向量空间、子空间、基底、维数、坐标等概念。
- \* (6) 了解标准正交基的概念，了解基变换公式和坐标变换公式，会求过渡矩阵。
- (7) 了解  $n$  维向量内积的概念，会用施密特（Schmidt）方法将线性无关的向量组标准

正交化。

- (8) 了解正交矩阵的概念及其性质。

## 5. 线性方程组

- (1) 了解克拉默 (Cramer) 法则。
- (2) 理解齐次线性方程组有非零解的充要条件及非齐次线性方程组有解的充要条件。
- (3) 了解齐次线性方程组的基础解系和通解的概念。
- (4) 了解非齐次线性方程组的解的结构和通解的概念。
- (5) 掌握用行初等变换求线性方程组通解的方法。

## 6. 矩阵的特征值与特征向量

- (1) 理解矩阵的特征值与特征向量的概念, 会求矩阵的特征值与特征向量。
- (2) 了解相似矩阵的概念和性质。
- (3) 了解矩阵可对角化的充要条件和对角化的方法。
- (4) 会求实对称矩阵的相似对角形矩阵。

## 7. 实二次型

- (1) 掌握二次型及其矩阵表示, 了解二次型的秩的概念。
- (2) 了解矩阵合同的概念。
- (3) 了解实二次型的标准形及其求法 (配方法及正交变换法)。
- (4) 了解惯性定理 (对定理的证明不作要求) 和实二次型的规范形。
- (5) 了解正定二次型、正定矩阵的概念及其判别法。

## 8. 空间曲线与曲面

- (1) 了解曲面及其方程、空间曲线及其方程的概念。
- (2) 了解常用二次曲面的标准方程及其图形, 了解以坐标轴为旋转轴的旋转曲面及母线平行于坐标轴的柱面方程。
- (3) 了解空间曲线的参数方程和一般方程。
- (4) 了解曲面的交线在坐标平面上的投影。

# 课程 3 概率论与数理统计

## 1. 随机事件与概率

(1) 了解随机现象与随机试验，了解样本空间的概念，理解随机事件的概念，掌握事件之间的关系与运算。

(2) 了解事件频率的概念，了解概率的统计定义和古典定义，会计算简单的古典概率。

(3) 了解概率的公理化定义，掌握概率的基本性质，了解概率加法定理。

(4) 了解条件概率的概念、概率的乘法定理、全概率公式与贝叶斯 (Bayes) 公式，会应用它们解决较简单的问题。

(5) 理解事件的独立性概念。

(6) 了解伯努利 (Bernoulli) 概型和二项概率的计算方法。

## 2. 随机变量及其分布

(1) 理解随机变量的概念，了解分布函数的概念和性质，会计算与随机变量相联系的事件的概率。

(2) 理解离散型随机变量及其分布律的概念，掌握 0-1 分布和二项分布，了解泊松 (Poisson) 分布。会用二项分布计算相应事件的概率。

(3) 理解连续型随机变量及其概率密度的概念，理解正态分布，了解均匀分布和指数分布。

(4) 会根据自变量的概率分布求较简单的随机变量函数的概率分布。

## 3. 多维随机变量及其分布

(1) 了解多维随机变量的概念，了解二维随机变量的联合分布函数的概念和性质。

(2) 了解二维离散型随机变量的分布律的概念，理解二维连续型随机变量的概率密度的概念。

(3) 会计算二维随机变量的边缘分布。

(4) 理解随机变量的独立性概念。

(5) 会求两个独立随机变量简单函数（和、极大、极小）的分布。

## 4. 随机变量的数字特征

(1) 理解随机变量数学期望与方差的概念，掌握它们的性质与计算方法（对性质的分析证明不作要求）。

(2) 了解 0-1 分布、二项分布、泊松分布、正态分布、均匀分布和指数分布的数学期



望与方差。

(3) 了解矩、协方差和相关系数的概念及其性质，并会计算矩、协方差和相关系数。

## 5. 大数定律和中心极限定理

(1) 了解切比雪夫 (Chebyshev) 不等式、切比雪夫大数定律和伯努利大数定律，了解伯努利大数定律与概率的统计定义、参数估计之间的关系。

\* (2) 了解独立同分布情形下的中心极限定理和棣莫弗-拉普拉斯 (De Moivre-Laplace) 中心极限定理。

\* (3) 了解棣莫弗-拉普拉斯中心极限定理在实际问题中的应用。

## 6. 数理统计的基本概念

(1) 理解总体、个体、样本和统计量的概念。

(2) 了解直方图的作法。

(3) 理解样本均值和样本方差的概念，会根据数据计算样本均值和样本方差。

(4) 了解  $\chi^2$  分布， $t$  分布和  $F$  分布的定义，会通过查表来计算分位数。

(5) 了解正态总体的常用抽样分布。

## 7. 参数估计

(1) 理解点估计的概念，了解矩估计法与最大似然估计法。

(2) 了解无偏性、有效性、一致性等估计量的评判标准。

(3) 理解区间估计的概念，会求单个正态总体均值与方差的置信区间，会求两个正态总体均值差与方差比的置信区间。

## 8. 假设检验和回归分析

(1) 理解假设检验的基本思想，掌握假设检验的基本步骤，了解假设检验可能产生的两类错误。

(2) 了解单个正态总体均值和方差的假设检验，了解两个正态总体均值差和方差比的假设检验。

\* (3) 了解总体分布假设的  $\chi^2$  检验法。

\* (4) 了解回归分析的概念与思想。

## 三、具体实施的若干建议

1. 在课程的教学过程中，应积极开展对教学内容与课程体系、教学方法与教学手段的改革，突出数学思想方法的传授，加强数学应用能力的培养，适当淡化运算技巧的训练，并将教学改革成果逐步吸收到教学中来，不断提高教学质量；要不断更新教学内容，逐步实现教学内容的现代化；要加强不同数学分支间的相互结合和相互渗透，进行课程和内容的重组。

2. 各校应根据自身的实际情况，努力创造条件，开设与理论教学相配套的数学建模与数学实验课程，培养学生的数学建模能力，突出建模、实验方法的创新能力培育。

3. 授课建议学时：微积分（不含空间解析几何）一般不低于 160 学时，线性代数与空间解析几何一般不低于 48 学时（其中空间解析几何约 12 学时），概率论与数理统计一般不低于 48 学时。

4. 应保证学生有足够的课外学习时间，课内外学时比建议为 1:2。习题课是实现教学基本要求的一个重要环节，学时不应少于总学时的  $\frac{1}{6}$ 。